

GJR-SGT-~~M~~ 模型

執行期間：90 年 08 月 01 日至 91 年 07 月 31 日

☐ 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

中 華 民 國 九 十 一 年 八 月 十 三 日

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## Preparation of NSC Project Reports

計畫編號：NSC 90-2415-H-032-010

執行期限：91 年 08 月 01 日至 91 年 07 月 31 日

計畫主持人：王凱立博士 淡江大學國貿系專任助理教授

計畫參與人員：吳安琪、吳軍奉 淡江大學國企所研究生

### 一、中文摘要

迴歸實證的結果對於資料特性是否能正確的被所假設分佈描述有相當的重要性，因此一個好的計量模型設定上應儘可能一般化地把這些特性都考慮進來，以求得正確的估計結果。目前 Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) 模型的研究通常只注重在波動叢聚、厚尾及槓桿效應的特性，而忽略了文獻上普遍被觀察到的偏態及高峰現象；針對此一研究上的不足 Wang et al. (2001) 提出了一個一般化的 GARCH-EGB2 模型，其能包含上述提到的偏態、高峰、波動叢聚及厚尾等特性；並在實證上發現比 GARCH 模型架構在常態及 Student-t 分佈要顯著提昇估計效能。雖然 Wang et al. 的研究方法較傳統方式已有顯著改善，但對於某些財務金融市場上價格有較巨幅波動的資料，於模型的設定上可能有近一步擴展的必要。本文提出一更為一般化的 GJR GARCH-SGT 模型，其將條件變異數不對稱之 GJR GARCH 模型架構在一相當靈活(flexible)之 Skewed Generalized T(SGT) 分佈上以更廣泛的包容大部分資料的特性，包括波動叢聚、偏態、厚尾、高峰、風險貼水、槓桿效應等，理論上本模型對於相當程度厚尾、高峰程度之資料型態的估計應有特別顯著效能提昇。本文針對主要亞洲八個國家，包括台灣、韓國、香港、新加坡、菲律賓、馬來西亞、泰國、印尼之資料為對象，並以傳統常態、student-t 及 EGB2 分佈作為比較基礎，以觀察模型效能提昇的差異程度。

**關鍵詞：**一般自我迴歸條件異質性、偏態、峰態、波動、不對稱、厚尾、期貨、股市、偏態一般化 t 分佈

### Abstract

Although GARCH modeling based on normal or student-t conditional distributions has proved useful in capturing the volatility and leptokurtosis commonly present in asset price series, it cannot accommodate other commonly observed stylized effects in high frequency data, notably high peakedness and skewness. Existing time series estimation methods do not account for these characteristics satisfactorily. In this paper, we

proposed a more general GJR GARCH-SGT model, which allow the GJR GARCH conditional variance specification based on a extremely flexible Skewed Generalized T distribution (SGT) developed by Theodossiou (1998) to accommodate the leptokurtosis, volatility clustering, skewness, high peakedness and leverage effect commonly observed in the financial and asset data. Applications the approach to investigating the stock markets of several Asian countries over the period from January 1, 1990 to Dec, 31, 1999. The performance of GJR GARCH-SGT model is compared with the traditional Gaussian GJR GARCH, GJR GARCH-t and Wang et al.'s GJR GARCH-EGB2 (2001) models.

**Keywords :** GARCH model , volatility clustering, leptokurtosis, skewness, peakedness, fat tails, EGB2, Exponential Generalized Beta distribution, Skewed Generalized T distribution, leverage effect, risk premium.

### 二、緒論

傳統的時間序列迴歸分析都只著重在一階動差，並架構在一些基本的假設上，比方說 constant variance、normality 等，而忽略較高階動差的特性。根據財務金融市場上的觀察，發現資料很少全然遵循這些古典假設。比方說 Fama & Mandelbrot (1963) 很早就指出金融市場經常呈現所謂的波動聚集(volatility clustering)和厚尾(fat tail)的特性。Engle & Bollerslev 相繼提出來的 Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH, 1982) 和 Generalized ARCH (GARCH, 1986) 模型，將變數隨時間變動的條件二階動差納入模型中考慮，這樣的方式成功地解決了上述“波動聚集”的問題，並被廣泛運用在各個不同領域的研究中；與傳統 OLS 迴歸分析相比，能更妥適的描述資料的特性，並提昇估計結果的效率(efficiency)和效能(performance)。

當大部分相關研究都將研究重心置於各種不同的條件變異式 GARCH 模型設定，另一重要但相對被忽略的議題，在於資料更高階如三階、四階動差的處理，比方說，常見財務資料所呈現的偏態及

### 三、研究資料與方法

迴歸實證結果對於資料的是否被正確描述非常重要，倘若所假設的分佈不能適切反映出資料特性的話，則可能得到偏差(bias)、不一致(inconsistent)及沒有效率(inefficient)的估計結果(Lee & Hansen 1994, Deb.1996)。然而，大部分在財務金融上的研究仍基於常態分配的假設，這和實際觀察到的現象是有所抵觸。因此，近來一個研究的努力方向在於放寬這些不切實際的假設：部份學者採用 fully adaptive (nonparametric or semiparametric) 的作法；另一方面，許多研究亦嘗試設定一靈活的分佈，也就是所謂 partial adaptive 的方式。理論上 fully adaptive 的方式有較佳的大樣本(large sample)的近似特性(asymptotic properties)，但這些特性在小樣本(small sample)中不見得成立。在一些實證研究上也常看到 partial adaptive 估計式優於 fully adaptive 的結論(McDonald, 1993)。本計畫採 partial adaptive 的估計方式，並創新提出 GJR GARCH-SGT 模型，所設定的模型架構如下：

實證模型設定：

(模型 A) Gaussian GJR GARCH Model

$$\begin{aligned}\phi_m(L)y_t &= \mu + \phi_n(L)\varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= h_t^{0.5} z_t \quad z_t \sim iid \\ E(\varepsilon_t^2 | \Psi_{t-1}) &= h_t = \omega_0 + \omega_1 h_{t-1} + \omega_2 \varepsilon_{t-1}^2 + \omega_3 T_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 \\ z_t | \Psi_{t-1} &\sim N(0, h_t)\end{aligned}$$

(模型 B) GJR GARCH-t Model

$$\begin{aligned}\phi_m(L)y_t &= \mu + \phi_n(L)\varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= h_t^{0.5} z_t \quad z_t \sim iid \\ E(\varepsilon_t^2 | \Psi_{t-1}) &= h_t = \omega_0 + \omega_1 h_{t-1} + \omega_2 \varepsilon_{t-1}^2 + \omega_3 T_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 \\ z_t | \Psi_{t-1} &\sim T(0, h_t, \eta) \\ \eta &= \{v\}\end{aligned}$$

(模型 C) GJR GARCH-EGB2 Model

$$\begin{aligned}\phi_m(L)y_t &= \mu + \phi_n(L)\varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= h_t^{0.5} z_t \quad z_t \sim iid \\ z_t | \Psi_{t-1} &\sim EGB2(0, h_t, \eta) \\ E(\varepsilon_t^2 | \Psi_{t-1}) &= h_t = \omega_0 + \omega_1 h_{t-1} + \omega_2 \varepsilon_{t-1}^2 + \omega_3 T_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 \\ \eta &= \{p, q\}\end{aligned}$$

(模型 D) GJR GARCH-SGT Model

$$\begin{aligned}\phi_m(L)y_t &= \mu + \phi_n(L)\varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= h_t^{0.5} z_t \quad z_t \sim iid\end{aligned}$$

$$z_t | \Psi_{t-1} \sim SGT(0, h_t, \eta)$$

$$E(\varepsilon_t^2 | \Psi_{t-1}) = h_t = \omega_0 + \omega_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \omega_2 h_{t-1} + \omega_3 T_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2$$

$$\eta = \{k, n, \lambda\}$$

於條件變異數的設定方程式中  $\omega_1 > 0$ ,  $\omega_2 \geq 0$  和  $\omega_3 \geq 0$  為反應波動不對性的參數，其中  $\omega_3 > 0$  時，表示壞消息引發的波動大於好消息引發的波動； $T_t$  為 Dummy 變數，其設定如下：

$$T_t = \begin{cases} 1: \text{未預期變動}(\varepsilon_{t-1}) \text{ 為負值} \\ 0: \text{若未預期變動}(\varepsilon_{t-1}) \text{ 為正值或0} \end{cases}$$

$z_t$  為標準化殘差(standardized residual)

$\Psi_{t-1}$  為 Information Set

$h_t$  為條件變異數；當未預期變動( $\varepsilon_t$ )為負值時  $T_t = 1$ ；否則  $T_t = 0$

$\eta$  為形態變數集合，於 SGT 分佈中包含  $k, n, \lambda$  三個型態變數；EGB2 分佈中則包含  $p, q$  兩個型態變數；在 student-t 分佈則只有一自由度參數  $\nu$ ；在常態分佈時，則沒有型態參數。

Exponential Generalized Beta Two(EGB2)分佈

其機率密度函數如下

$$EGB2(\varepsilon_t | \Psi_{t-1}) = \frac{\sqrt{\Omega} \exp[p(\frac{\sqrt{\Omega}}{\sqrt{h}} \varepsilon + O)]}{\sqrt{h} B(p, q) (1 + \exp[p(\frac{\sqrt{\Omega}}{\sqrt{h}} \varepsilon + O)])^{p+q}}$$

$$\text{其中 } O = \varphi(p) - \varphi(q) \quad \Omega = \varphi'(p) + \varphi'(q)$$

$\phi$  為 digamma function

$\phi'$  為 trigamma function

Skewed Generalized T(SGT)分佈之機率密度函數則

如下

$$f(x|k, n, \lambda, \sigma^2) = \begin{cases} f_1 = c(1 + (k/(n-2))\theta^{-1} \times (1-\lambda)^{-1} |x/\sigma|^k)^{-(n+1)/2} & \text{for } x < 0, \\ f_2 = c(1 + (k/(n-2))\theta^{-1} \times (1+\lambda)^{-1} |x/\sigma|^k)^{-(n+1)/2} & \text{for } x \geq 0, \end{cases}$$

$$c = 0.5k B(1/k, n/k)^{-1/2} \times B(3/k, (n-2)/k)^{1/2} S(\lambda) \sigma^{-1}$$

$$\theta = (k/(n-2))^{1/2} B(1/k, n/k)^{1/2} \times B(3/k, (n-2)/k)^{-1/2} S(\lambda)^{-1}$$

$$s(\lambda) = (1 + 3\lambda^2 - 4\lambda^2 B(2/k, (n-1)/k)^2 \times B(1/k, n/k)^{-1} B(3/k, (n-2)/k)^{-1})^{1/2}$$

其中  $B(\cdot)$  為 beta 函數， $k, n, \lambda, \sigma^2$  為 scaling 參數， $k > 0, n > 2$  且  $\lambda$  介在 1 和 -1 之間。 $K$  和  $n$  參數可影響分佈之尾巴厚尾(tail)及中央高度(peakedness)； $\lambda$  為偏態參數，當  $\lambda > 0$  為正偏， $\lambda < 0$  為負偏型態， $\lambda = 0$  則為對稱型分佈，當  $\lambda = 0$  時，SGT 則為 McDonald 和 Newey(1989)提出的 Generalized T(GT)分佈； $k=2$  時，則為 Hansen(1994)採永之 Skewed student t 分佈； $\lambda = 0$  和  $k=2$  則為一般型之對稱 student-t 分佈； $\lambda = 0$  且  $n \rightarrow \infty$  則為 Subbotin (1923)之 power exponential 分佈； $\lambda = 0$  和  $k=1$  且  $n \rightarrow \infty$  則為 Laplace 分佈； $\lambda = 0$  和  $k=2$  及  $n=1$  則為 Cauchy 分佈； $\lambda = 0$  和  $k=2$  和  $n \rightarrow \infty$  則為常態分佈； $\lambda = 0$  和  $k=\infty$

及  $n=\infty$  則為 uniform 分佈。

模型 A 為 Gaussian GJR GARCH 模型; 模型 B 則為近來 student-t GJR GARCH 模型; 模型 C 則 Wang et al. 新近提出之 GJR GARCH-EGB2 模型; 模型 D 則為本文創新提出之 GJR GARCH-SGT 模型。

上述各模型皆採用 FIML (Full Information Maximum Likelihood) 方式, 以求得更有效率 (efficiency) 的估計。本文擬比較上述 ABCD 模型的優異及配適性, 並分析背後之經濟意義。實証模型則以 GAUSS 3.5 軟體及 Constraint Maximum Likelihood 模式編寫程式。。

#### 四、實証結果分析

本文研究資料取自教育部經濟資料庫系統 (AREMOS), 涵蓋亞洲八國包括臺灣、南韓、香港、新加坡、馬來西亞、菲律賓、泰國及印尼自 1990 年至 1999 年共 10 年資料。報酬率資料來自對股價指數取自然對數後一階差分, 單根檢定 (ADF test) 顯示各報酬率資料呈現定態狀況。表一列出各國股市報酬率之基本統計特性包括: 平均數、標準差、偏態係數、峰態係數、Ljung Box Q、序相關檢定及 Jaque-Bera 常態分佈檢定。由各統計量可知樣本期間各國序列皆呈現一及二階序列相關及厚尾等非常態分佈的現象, 其中台灣、韓國、馬來西亞、泰國及印尼呈現顯著偏態特性, 而香港、馬來西亞、泰國及印尼之峰態係數更是出現大於 9 的高度峰態特性, 上述的非常態特性提供了本文進一步嘗試一般化分佈設定的研究動機。

對於資料期間可能的結構改變, 以 Chow test 對於可能發生的期間作檢定, 發現台灣於 1990/2/5~1990/10/12、南韓於 1997/06/17~1998/07/13、香港於 1997/08/08~1998/09/21、新加坡於 1996/01/22~1998/09/04、泰國於 1996/02/06~1998/09/04、馬來西亞於 1997/01/08~1998/09/01 及印尼於 1997/07/08/1998/10/06 皆呈現結構性改變現象, 故於條件平均數中加入虛擬變數來包含可能的結構性改變。

針對各國不同的資料特性, 本文列舉四種不同設定方式以比較模型的配適程度, 分別為 Gaussian GJR GARCH、GJR GARCH-t、GJR GARCH-SGT 及本文所擴展之 GJR GARCH-EGB2 模型。實証結果顯示前期報酬率、結構性虛擬變數對於報酬率皆有重要影響; 各國股價報酬率皆存在顯著的 ARCH 及 GARCH 效果, 分別代表前期報酬衝擊 (shock) 及前期波動大小對本期波動有顯著影響。在不對稱性效果的探討上則發現於 GJR GARCH 模型中條件變異數的不對稱性參數 ( $\omega_3$ ) 一致的呈現顯著的估計結果, 顯示不對稱性效果的確呈現所估計的參數中。

配適度的檢測結果最大概似值在各國資料一致顯示 (如表二), GJR GARCH 模型架構在非常態的 Student-t、EGB2 及 SGT 分佈下之統計量皆顯著優

於常態分佈的設定。若進一步比較 Student-t、EGB2 及 SGT 分佈下之估計效能, 發現能將分佈不對稱性納入考量之 EGB2 及 SGT 模型更是相當程度地優於對稱型之 Student-t 分佈; 最後, 針對 EGB2 分佈及 SGT 分佈下之估計效能作分析, 本研究重要的發現: 以 SGT 為分佈設定的假設相當大幅度的提昇估計的效能, 說明 SGT 分佈配適效能的優異程度。

表一 亞洲八國的股市基本統計量

	Obs	Mean	SD	SK	Kur
Taiwan	2690	-0.005	1.93	-0.27 (0.05)	5.40 (0.09)
Korea	2309	-0.021	1.85	0.12 (0.05)	7.24 (0.10)
Hong Kong	2348	0.07	1.75	0.06 (0.05)	13.77 (0.10)
Singapore	2367	0.010	1.29	-0.04 (0.05)	10.44 (0.10)
Malaysia	2371	0.015	1.83	0.52 (0.05)	36.79 (0.10)
Philippines	2388	0.034	1.74	-0.01 (0.05)	7.12 (0.10)
Thailand	2344	-0.021	2.06	0.27 (0.05)	15.32 (0.10)
Indonesia	2365	-0.0001	1.39	0.28 (0.05)	9.30 (0.10)
	$f_{0.75} - f_{0.25}$	$f_{0.8} - f_{0.4}$	JB	Q	Q <sup>2</sup>
Taiwan	0.91	0.31	676.73 [0.00]	46.31 [0.00]	3769.60 [0.00]
Korea	0.94	0.32	1733.49 [0.00]	26.82 [0.00]	1058.70 [0.00]
Hong Kong	0.99	0.34	11349.51 [0.00]	44.13 [0.00]	973.69 [0.00]
Singapore	0.92	0.30	5461.63 [0.00]	124.83 [0.00]	1017.80 [0.00]
Malaysia	0.71	0.25	112936.60 [0.00]	43.55 [0.00]	1163.80 [0.00]
Philippines	0.94	0.34	1689.82 [0.00]	143.16 [0.00]	570.46 [0.00]
Thailand	0.81	0.28	14845.21 [0.00]	46.04 [0.00]	573.90 [0.00]
Indonesia	0.62	0.19	3937.82 [0.00]	203.03 [0.00]	583.58 [0.00]

Obs = the number of observation for in-sample estimations.

SK = coefficient of skewness.

KUR = coefficient of kurtosis.

$f_{0.1}-f_{0.9}$  denote inter-percentile range value.

The asymptotic standard errors of SK and KUR are reported in parentheses and computed as

$(6/\text{Obs})^{0.5}$  and  $(24/\text{Obs})^{0.5}$ , respectively.

JB = Jarque-Bera normality test statistic.

Q and Q<sup>2</sup> represent the Ljung-Box test statistics for up to 12th order serial correlation for each stock returns series. P-values against the null hypothesis of white noise are reported in brackets

#### 五 結論

本研究希冀能找出妥善配適股票市場日資料報酬率與波動的模型, 以解釋常見高頻率特性, 包含波動叢叢、結構性改變、偏態特性及厚尾特性等。本文以 GJR GARCH 的設定方式解決報酬波動的不對稱性現象, 並分別配適在不同的分佈假設下包括常態、Student-t、EGB2 及 SGT 分佈。結果顯示不對稱現象普遍存在股市中; 在股市波動呈現非常資料特性時, 架構在一高度靈活分佈的 GJR GARCH-SGT 模型一致的優於 Gaussian GJR GARCH、GJR GARCH-t 及 GJR GARCH-EGB2 模型, 顯示分佈設定對於模型估計的重要性。

表二 GJR 模型在不同分佈下之最大概似值

Variance Distribution	GJR			
	Gaussian	Student-t	EGB2	SGT
Taiwan	-5074.89	-5032.16	-5026.20	-1556.92
Korea	-4534.91	-4476.64	-4470.13	-3338.11
Hong Kong	-4005.09	-3981.43	-3975.96	-2031.91
Singapore	-3424.54	-3363.55	-3363.02	-1347.81
Malaysia	-3866.03	-3770.05	-3763.52	-2930.69
Philippine	-4331.65	-4267.53	-4262.90	-3336.14
Thailand	-4534.24	-4454.19	-4451.16	-2195.99
Indonesia	-3408.38	-3205.50	-3210.43	-893.84

## 六、參考文獻

- [1] Baillie, R.T. and R.P. DeGennaro, The impact of Delivery Terms on Stock Return Volatility. *Journal of Financial Service Research* 3, 1990, 55-76.
- [2] Black, F., "Studies of Stock Price Volatility Changes" Proceedings of the American Statistical Association: Business and Economic Statistics Section, 1976, 177-181.
- [3] Bollerslev, T., "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity." *Journal of Econometrics* 3, 1986, 307-27.
- [4] Bollerslev, T., "A Conditional Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Price and Rate of Return." *Review of Economics and Statistics* 9, 1987, 542-547.
- [5] Boothe, P. and D. Glassman "The Statistical Distribution of Exchange Rates." *Journal of International Economic*, 22, 1987, 297-319.
- [6] Box, G. E. P., G. C. Tiao 1962, "A further look at robustness via Bayes's Theorem", *Biometrika* 49, 1962, 419-432.
- [7] Christle, A., "The Stochastic Behavior of Common Stock Variance: Value, Leverage and Interest Rate Effect", *Journal of Financial Economics* 10, 1982, 407-432.
- [8] Deb, P., "Finite Sample Properties of Maximum Likelihood and Quasi-Maximum Likelihood Estimators of EGARCH Models", *Econometric Reviews*, 15, 1996, 51-68.
- [9] Engle, R.F., "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with the Estimates of the Variance of U.K. Inflation." *Econometrica* 50, 1982, 987-1008.
- [10] Hansen, B. E., "Autoregressive Conditional Density Estimation", *International Economic Review*, 35:3, 1994, 705-730.
- [11] Hsieh, D.A., "The Statistical Properties of Daily Foreign Exchange Rates: 1974-1983." *Journal of International Economics* 24, 1988, 129-145.
- [12] Hsieh, D.A., "Modeling Heteroskedasticity in Daily Foreign Exchange Rates". *Journal of Business and Economic Statistics* 7, 1989, 307-317.
- [13] Johnson, N. L, S. Kotz, N. Balakrishnan, "Continuous Univariate Distributions", Vol.2, 2<sup>nd</sup> Ed. John Wiley, New York.
- [14] Mandelbrot, B., "the Variation of Certain Speculative Prices", *Journal of Business*, 36, 1963, 394-419.
- [15] McDonald J.B. and Y.J. Xu, "A Generalization of the Beta Distribution with Applications. *Journal of Econometrics* 66, 1995, 133-152.
- [16] McDonald, J. B., W. K. Newey, "Partially adaptive estimation of regression models via the generalized T distribution." *Econom. Theory* 4, 1988, 428-457.
- [17] Milh  $\phi$  j, A., "A Conditional Variance Model for Daily Deviations of an Exchange Rate." *Journal of Business and Economic Statistics* 5, 1987, 99-103.
- [18] Nelson, D. "ARCH Model as Diffusion Approximations" *Journal of Econometrics* 45, 1991, 7-38.
- [19] Nelson, D., "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach." *Econometrica*, 59:2, 1991, 347-70.
- [20] Lee, S. and B. E. Hansen, "Asymptotic Theory for the GARCH(1,1) Quasi-maximum Likelihood Estimator", *Econometric Theory*, 10, 1994, 29-52.
- [21] Liu, S. M. and B. W. Brorsen, "Maximum Likelihood Estimation of the Stable Distribution with a Time-Varying Scale Parameter", mimeo, Department of Economics, Oklahoma State University, 1992.
- [22] Peruga, R., "The Distributional Properties of Exchange Rate Changes Under a Peso Problem." Ph.D. dissertation, University of California, San Diego, Dept. of Economics, 1988.
- [23] Schwert, G. W., "Stock Volatility and the Crash of 87." *Review of Financial Studies* 3, 1990, 77-102.
- [24] Subbotin, M.T. "On the law of frequency of error" *Math. Sbornik* 31, 1923, 296-301.
- [25] Theodossiou P., "Financial Data and the Skewed Generalized T Distribution", *Management Science*, 44:12, 1998, 1650-1661.
- [26] Wang, Kai-Li, Christopher Fawson, and Christopher B. Barrett "An Assessment of Empirical Model Performance When Financial Market Transactions are Observed at Different Data Frequencies: An Application to East Asian Exchange Rates", *Review of Quantitative Finance and Accounting Journal*, 19: 2. 2002.
- [27] Wang, Kai-Li, and Christopher Fawson (2001), "Modeling Asian Stock Returns with a More General Parametric GARCH Specification", *中國財務學刊*, 9:3, 21-52.
- [28] Wang, Kai-Li, Christopher Fawson, Christopher B. Barrett and James McDonald, 2001, "A Flexible Parametric GARCH model with an Application to Exchange Rates" *Journal of Applied Econometrics*, 16:4, 521-536.